## Unité et dimension d'une grandeur physique

❖ ***Donner l'expression de P sous la forme $P = \alpha . m^a . n^b . u^c$ où $\alpha$ est une constante numérique.***

*Dimension de P*
Expression de la force pressante (F) : F=PS (P : pression ; S : surface)
Deuxième loi de Newton : F=ma (m : masse ; a : accélération)
Dimension de la pression : $[P] = \left[\frac{F}{S}\right] = \frac{[F]}{[S]} = \frac{[ma]}{L^2} = \frac{[m].[a]}{L^2} = \frac{M.LT^{-2}}{L^2}$ soit $[\boldsymbol{P}] = \boldsymbol{ML^{-1}T^{-2}}$ (unité SI : Pascal - $\mathrm{kg.m^{-1}s^{-2}}$)

*Equation aux dimensions de P*
$\mathrm{P = \alpha . m^a . n^b . u^c}$ soit $\mathrm{[P] = [m]^a . [n]^b . [u]^{\,c}}$ avec :
- $\alpha$ : constante numérique sans dimension
- $\mathrm{[m] = M}$ (masse)
- $\mathrm{[n] = L^{-3}}$ (nombre de molécules -sans dimension- par unité de volume)
- $\mathrm{[u] = L.T^{-1}}$ (vitesse)

L'équation aux dimensions de la pression s'écrit : $[\mathbf{P}] = \mathrm{M^a . (L^{-3})^b . (L.T^{-1})^{\,c}} = \mathbf{M^a . L^{-3b+c} . T^{-c}}$

*Expression de P*
A l'aide des deux relations (en gras) obtenues précédemment il vient $[\mathbf{P}] = \boldsymbol{ML^{-1}T^{-2}} = \mathbf{M^a . L^{-3b+c} . T^{-c}}$ et on en déduit le système d'équation suivant : $\begin{cases} a = 1 \\ -3b + c = -1 \\ -c = -2 \end{cases}$ soit $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = 2 \end{cases}$

La pression vérifie la relation : $\boxed{\boldsymbol{P = \alpha . m . n . u^2}}$ *On établira cette relation en thermodynamique ($\alpha = \frac{1}{3}$).*

---

❖ ***En vous aidant de relations physiques connues déterminer l'équation aux dimensions ainsi que l'unité SI des grandeurs suivantes :***

***- Constante de Planck : h.***
La constante de Planck apparait dans l'expression de l'énergie $E$ d'un photon associé au rayonnement de fréquence $\nu$ : $E = h\nu$ soit $h = \frac{E}{\nu}$.
Dimensionnellement il vient $[h] = \frac{[E]}{[\nu]}$ avec $\mathrm{[E] = [\text{énergie cinétique}]} = \left[\frac{1}{2}\mathrm{mv^2}\right] = \mathrm{M.L^2.T^{-2}}$ et $[\nu] = \mathrm{T^{-1}}$.
En résumé : $\boxed{[\boldsymbol{h}] = \mathbf{M.L^2.T^{-1}}}$ et la constante de Planck s'exprime en $\underline{\mathbf{kg.m^2.s^{-1}}}$ dans le système international.

**- Constante des gaz parfaits : R.**
La constante des gaz parfaits intervient dans l'équation d'état des gaz parfaits : $PV = nRT$ soit $R = \frac{PV}{nT}$.
Dimensionnellement il vient $[R] = \frac{[PV]}{[nT]}$ avec $\mathrm{[P] = ML^{-1}T^{-2}}$ (voir l'explication à la question précédente); $[V] = \mathrm{L^{-3}}$ ; $[T] = \Theta$ et $[n] = N$.
En résumé : $\boxed{\mathbf{[R] = M.L^2.T^{-2}.N^{-1}.\Theta^{-1}}}$ et la constante des gaz parfaits s'exprime en $\underline{\mathbf{kg.m^2.s^{-2}.mol^{-1}.K^{-1}}}$ dans le système international que l'on peut simplifier en $\underline{\mathbf{J.mol^{-1}.K^{-1}}}$ (1 Joule = $\mathrm{kg.m^2.s^{-2}}$ - unité de l'énergie).

## Electrocinétique

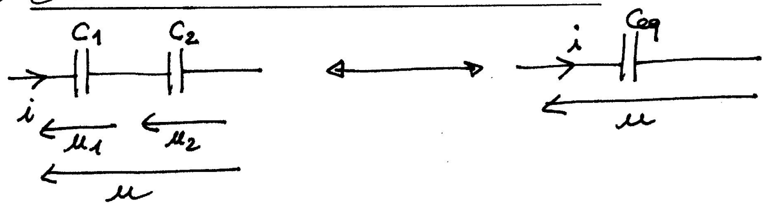
Chapitre 2 : Dipôles électrocinétiques

- II.2.d) Application : association série et parallèle de condensateurs idéaux

- Capacité équivalente à l'association de $n$ condensateurs idéaux en série :

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{C_k}}$$

- Démonstration dans le cas $n = 2$




Relation courant-tension

$$i = C_1 \frac{du_1}{dt}$$

$$i = C_2 \frac{du_2}{dt}$$

$$i = C_{eq} \frac{du}{dt}$$

Loi d'additivité des tensions : $u = u_1 + u_2 \Rightarrow \frac{du}{dt} = \frac{du_1}{dt} + \frac{du_2}{dt}$

$$\Rightarrow \frac{i}{C_{eq}} = \frac{i}{C_1} + \frac{i}{C_2}$$

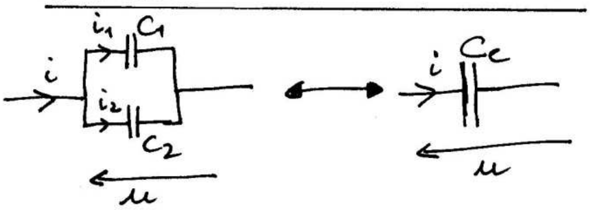
$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

---

- Capacité équivalente à l'association de $n$ condensateurs idéaux en parallèle.

$$\boxed{C_e = \sum_{k=1}^{n} C_k}$$

- Démonstration dans le cas $n = 2$




Relation courant-tension :

$$i_1 = C_1 \frac{du}{dt}$$

$$i_2 = C_2 \frac{du}{dt}$$

$$i = C_e \frac{du}{dt}$$

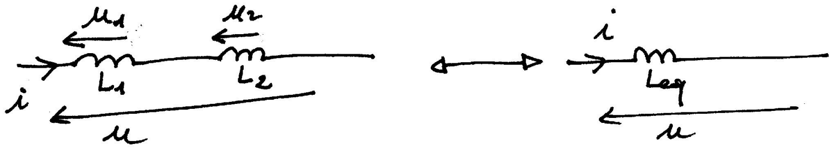
Loi des noeuds : $i = i_1 + i_2 \Rightarrow C_e \frac{du}{dt} = C_1 \frac{du}{dt} + C_2 \frac{du}{dt} \Rightarrow \boxed{C_e = C_1 + C_2}$

❖ II.3.d) Application : association série et parallèle de bobines idéales

- Inductance équivalente à l'association de $n$ bobines idéales en série

$$\boxed{L_{eq} = \sum_{k=1}^{n} L_k}$$

- Démonstration dans le cas $n = 2$




Relation courant - tension

$u_1 = L_1 \dfrac{di}{dt}$

$u_2 = L_2 \dfrac{di}{dt}$

$u = L_{eq} \dfrac{di}{dt}$

Loi d'additivité des tensions : $u = u_1 + u_2 \Rightarrow L_{eq} \dfrac{di}{dt} = L_1 \dfrac{di}{dt} + L_2 \dfrac{di}{dt}$

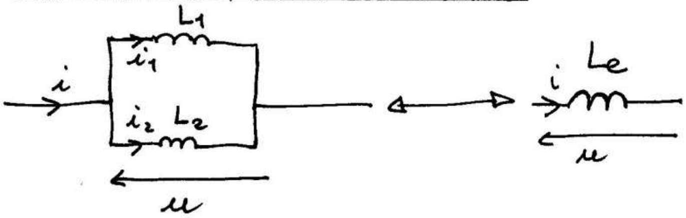
$$\Rightarrow \boxed{L_{eq} = L_1 + L_2}$$

---

Inductance équivalente à l'association de $n$ bobines idéales en parallèle

$$\boxed{\frac{1}{L_e} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{L_k}}$$

Démonstration dans le cas $n = 2$




Relation courant - tension

$u = L_1 \dfrac{di_1}{dt}$

$u = L_2 \dfrac{di_2}{dt}$

$u = L_e \dfrac{di}{dt}$

Loi des noeuds : $i = i_1 + i_2 \Rightarrow \dfrac{di}{dt} = \dfrac{di_1}{dt} + \dfrac{di_2}{dt} \Rightarrow \dfrac{u}{L_e} = \dfrac{u}{L_1} + \dfrac{u}{L_2}$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{L_e} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}}$$